

**Национальный исследовательский университет  
«Московский институт электронной техники»**

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

Проректор по МПВР

**Математика**

**Вариант 11-1**

Добрынина М.В.



1. Дано уравнение  $(\sin x - \cos x)\sqrt{3 + 2x - x^2} = 0$ .

а) Какие из следующих чисел являются корнями уравнения:

$$\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}?$$

б) Найдите все решения уравнения.

2. В треугольнике  $ABC$  известно отношение сторон  $AB:BC = 3:2$ . Окружность проходит через вершину  $B$ , касается стороны  $AC$  в ее середине  $D$  и пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно.

а) Найдите отношение  $AP:CQ$ .

б) Найдите отношение площадей треугольников  $ADP$  и  $CDQ$ .

3. При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $|x + 2a + 1| + |x - a| + 3x - 5 > 0$  выполняется при всех значениях  $x$  из отрезка  $[-1; 2]$ ?

4. Функция  $f(x)$  – периодическая с минимальным положительным периодом  $T$ , причём  $f(x) = -x$  при  $x \in [0; 2]$  и  $f(x) = x - 18$  при  $x \in [16; 18]$ .

а) Может ли  $T$  равняться 36?

б) Найдите наименьшее возможное значение  $T$ .

5. В шахматном турнире, в котором каждый участник должен был встретиться с каждым по одному разу, три шахматиста заболели и выбыли из турнира до того, как прошла его половина. Всего в турнире было проведено 130 встреч.

а) Могло ли в турнире участвовать 20 человек?

б) Сколько шахматистов могло участвовать в турнире? Найдите все возможные значения.

	Ответ	Не заполнять
Задача 1	а)	
	б)	
Задача 2	а)	
	б)	
Задача 3		
Задача 4	а)	
	б)	
Задача 5	а)	
	б)	

**Национальный исследовательский университет  
«Московский институт электронной техники»**

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

Проректор по МПВР

**Математика**

**Вариант 10-2**

Добрынина М.В.



1. Дано неравенство  $(x-2)\sqrt{3+2x-x^2} \leq 0$ .

- а) Какие из следующих чисел являются решениями неравенства:  
-5; 1; 3; 4.  
б) Найдите все решения неравенства.

2. В треугольнике  $MNK$  известно отношение сторон  $MN : NK = 5 : 3$ . Окружность проходит через вершину  $N$ , касается стороны  $MK$  в ее середине  $D$  и пересекает стороны  $MN$  и  $NK$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно.

- а) Найдите отношение  $MP : KQ$ .  
б) Найдите отношение площадей треугольников  $MDP$  и  $KDQ$ .

3. Дано уравнение  $2x^8 - 11ax + 9a^2 = 0$ .

- а) При каких значениях параметра  $a$  число  $(-1)$  является корнем уравнения?  
б) При каких значениях параметра  $a$  уравнение имеет хотя бы один целый корень?

4. Дана функция  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ .

- а) Найдите  $f(f(f(f(0))))$ .  
б) Решите уравнение  $\underbrace{f(f(\dots(f(f(x))))\dots)}_{2024 \text{ раза}} = 2024$

5. В шахматном турнире, в котором каждый участник должен был встретиться с каждым по одному разу, три шахматиста заболели и выбыли из турнира до того, как прошла его половина. Всего в турнире было проведено 94 встречи.

- а) Могло ли в турнире участвовать 16 человек?  
б) Сколько шахматистов могло участвовать в турнире? Найдите все возможные значения.

	Ответ	Не заполнять
Задача 1	а)	
	б)	
Задача 2	а)	
	б)	
Задача 3	а)	
	б)	
Задача 4	а)	
	б)	
Задача 5	а)	
	б)	