

Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»

Физико-математическая олимпиада МИЭТ (2024-2025)

Проректор по МПВР

Добрынина М.В.

Математика

Вариант 10-1

1. Дано неравенство $|\sqrt[3]{x} + x - 1| \leq x - \sqrt[3]{x} + 8$.
 - а) Какие из следующих чисел являются решениями неравенства:
- 4; - 3; 6; 7.
 - б) Найдите все решения неравенства.
2. Около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и в него можно вписать окружность, $AB=8$, $BC=9$, $CD=12$.
 - а) Найдите угол BCD .
 - б) Найдите длины отрезков, на которые точка касания вписанной окружности делит сторону CD .
3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $y - 2|x|$, если $|x| + |y| \leq 13$.
4. Задана некоторая операция $*$, которая каждой паре положительных чисел x, y ставит в соответствие число $x * y$, удовлетворяющее условиям $x * x = 1$ и $x * (y * z) = z \cdot (x * y)$.
 - а) Приведите пример такой операции.
 - б) Найдите все такие операции.
5. В десятизначном числе, в десятичной записи которого есть только цифры 1 и 2, никакие две единицы не стоят рядом.
 - а) Сколько существует таких чисел, в которых ровно 5 единиц?
 - б) Сколько всего таких чисел?

**Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»**

Физико-математическая олимпиада МИЭТ (2024-2025)

Проректор по МПВР

_____ Добрынина М.В.

Математика

Вариант 10-2

1. Дано неравенство $|x + 2\sqrt[3]{x} + 2| \leq 2\sqrt[3]{x} - x + 7$.
 - а) Какие из следующих чисел являются решениями неравенства:
- 12; - 11; 2; 3.
 - б) Найдите все решения неравенства.
2. Около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и в него можно вписать окружность, $AB = 7$, $BC = 9$, $CD = 13$.
 - а) Найдите угол ABC .
 - б) Найдите длины отрезков, на которые точка касания вписанной окружности делит сторону BC .
3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $3|x| - y$, если $|x| + |y| \leq 15$.
4. Задана некоторая операция $*$, которая каждой паре чисел x, y ставит в соответствие число $x * y$, удовлетворяющее условиям $x * x = 0$ и $x * (y * z) = x * y + z$.
 - а) Приведите пример такой операции.
 - б) Найдите все такие операции.
5. В восьмизначном числе, в десятичной записи которого есть только цифры 3 и 1, никакие два единицы не стоят рядом.
 - а) Сколько существует таких чисел, в которых ровно 4 единицы?
 - б) Сколько всего таких чисел?

Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»

Физико-математическая олимпиада МИЭТ (2024-2025)

Проректор по МПВР

Добрынина М.В.

Математика

Вариант 11-1

1. Дано уравнение $(3 \operatorname{tg} x + 2 \cos x) \sqrt{\sin 4x} = 0$.

а) Какие из следующих чисел являются корнями уравнения:

$$\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}?$$

б) Найдите все решения уравнения.

2. Около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и в него можно вписать окружность, $AB=8$, $BC=9$, $CD=12$.

а) Найдите угол BCD .

б) Найдите длины отрезков, на которые точка касания вписанной окружности делит сторону CD .

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $y - 2x^2$, если $|x| + |y| \leq 13$.

4. Задана некоторая операция $*$, которая каждой паре положительных чисел x, y ставит в соответствие число $x * y$, удовлетворяющее условиям $x * x = 1$ и $x * (y * z) = z \cdot (x * y)$.

а) Приведите пример такой операции.

б) Найдите все такие операции.

5. В десятизначном числе, в десятичной записи которого есть только цифры 0 и 1, никакие две единицы не стоят рядом.

а) Сколько существует таких чисел, в которых ровно 5 единиц?

б) Сколько всего таких чисел?

Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»

Физико-математическая олимпиада МИЭТ (2024-2025)

Проректор по МПВР

Добрынина М.В.

Математика

Вариант 11-2

1. Дано уравнение $(3\operatorname{ctg} x + \sin x)\sqrt{\sin 2x} = 0$.

а) Какие из следующих чисел являются корнями уравнения:

$$\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}?$$

б) Найдите все решения уравнения.

2. Около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и в него можно вписать окружность, $AB = 7$, $BC = 9$, $CD = 13$.

а) Найдите угол ABC .

б) Найдите длины отрезков, на которые точка касания вписанной окружности делит сторону BC .

3. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $x^2 - 2y$, если $|x| + |y| \leq 15$.

4. Задана некоторая операция $*$, которая каждой паре чисел x, y ставит в соответствие число $x*y$, удовлетворяющее условиям $x*x = 0$ и $x*(y*z) = x*y + z$.

а) Приведите пример такой операции.

б) Найдите все такие операции.

5. В восьмизначном числе, в десятичной записи которого есть только цифры 0 и 1, никакие два нуля не стоят рядом.

а) Сколько существует таких чисел, в которых ровно 4 нуля?

б) Сколько всего таких чисел?