



Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

Математика 11 класс

Проректор по МДРМ



Коваленко Д.Г.

Вариант 4

Ответы

1. Дано неравенство $(x^2 - 14x - 15)\sqrt{\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}} \leq 0$.

а) Какие из следующих чисел являются решениями неравенства:

$$-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; -\frac{207\pi}{2}; -1; 15?$$

б) Найдите сумму целых решений неравенства.

2. В треугольнике ABC $AB = BC = 5$, $AC = 6$. Окружность ω проходит через вершину B , касается стороны AC в её середине и пересекает стороны AB и BC в точках P и Q соответственно.

а) Найдите радиус окружности.

б) Найдите длину отрезка PQ .

3. Пусть x_1 и x_2 – различные действительные корни уравнения

$$x^2 + (-a - 2)x + a = 0.$$

а) Найдите значение выражения $x_1^3 + x_2^3$ при $a = 2$.

б) При каких значениях параметра a значение выражения $x_1^3 + x_2^3$ равно 18?

4. Последнюю цифру четырехзначного числа A переставили в начало и полученное число отняли из числа A . Получили число B .

а) Найдите все такие числа A , для которых $B = 6876$.

б) Какие числа B из промежутка $[-30; 0]$ могли получиться?

5. Задана функция $f(x) = \frac{1}{8x^3 - 12x^2 + 2}$.

$$\text{а) Найдите } f\left(\frac{6}{13}\right) + f\left(\frac{7}{13}\right).$$

$$\text{б) Найдите } f\left(\frac{1}{2020}\right) + f\left(\frac{2}{2020}\right) + f\left(\frac{3}{2020}\right) + \dots + f\left(\frac{2019}{2020}\right).$$

Председатель секции

А.А. Прокофьев