

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

Математика

Проректор по МДРМ

Коваленко Д. Г.



Вариант 1

Ответы

1. Дано уравнение $(3\sin x - \cos 2x - 1)\sqrt{11+10x-x^2} = 0$. а) Какие из следующих чисел являются корнями уравнения: $\frac{13\pi}{6}, \frac{25\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$? б) Найдите все решения уравнения.	а) б)
2. В треугольнике ABC известно отношение сторон $AB:BC = 3:2$. Окружность проходит через вершину B , касается стороны AC в ее середине D и пересекает стороны AB и BC в точках P и Q соответственно. а) Найдите отношение $AP:CQ$. б) Найдите отношение площадей треугольников ADP и CDQ .	а) б)
3. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $3x - x^3 = a(x + 3x^3)$ имеет а) ровно три различных решения; б) ровно одно решение.	а) б)
4. Числа x и y удовлетворяют равенству $(x^2 + y^2)(x + 3y - 19) = 2xy$. а) Найдите наибольшее значение выражения $x + 3y$. б) Найдите все значения, которые может принимать выражение $x + 3y$.	а) б)
5. На прямой отметили несколько точек. Рассматриваются все возможные интервалы с концами в этих точках. а) Отметили 12 точек. Сколько получилось интервалов? б) Оказалось, что одна из точек находится внутри 77 таких интервалов, другая – внутри 65. Сколько точек отмечено?	а) б)

Председатель секции

А.А. Прокофьев

При решении задач запрещается пользоваться учебными и справочными пособиями,
калькуляторами и мобильными средствами связи.

1

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

Математика

Проректор по МДРМ



Коваленко Д. Г.

Вариант 2

Ответы

1. Дано уравнение $(\cos 2x - 9 \sin x - 5)\sqrt{10 - 9x - x^2} = 0$.	a)
	б)
2. В треугольнике MNK известно отношение сторон $MN : NK = 5 : 3$. Окружность проходит через вершину N , касается стороны в ее середине D и пересекает стороны MN и в точках P и Q соответственно.	a)
	б)
3. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^3 - 2x = a(x^3 + 3x)$ имеет	a)
	б)
4. Числа x и y удовлетворяют равенству $(x^2 + y^2)(x + 4y - 19) = 2xy$.	a)
	б)
5. На прямой отмечены несколько точек. Рассматриваются все возможные интервалы с концами в этих точках.	a)
	б)

Председатель секции

А.А. Прокофьев

При решении задач запрещается пользоваться учебными и справочными пособиями,
калькуляторами и мобильными средствами связи.

2

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

Математика

Проректор по МДРМ



Коваленко Д. Г.

Вариант 3

Ответы

1. Дано уравнение $(7 \cos x + \cos 2x - 3)\sqrt{8 - 7x - x^2} = 0$. а) Какие из следующих чисел являются корнями уравнения: $\frac{\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$? б) Найдите все решения уравнения.	a)
	б)
2. В треугольнике MNK известно отношение сторон $MN : NK = 3 : 7$. Окружность проходит через вершину N , касается стороны в ее середине D и пересекает стороны MN и в точках P и Q соответственно. а) Найдите отношение $MP : KQ$. б) Найдите отношение площадей треугольников MDP и NDQ .	a)
	б)
3. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^4 - x^2 = (a+1)(x^4 + x^2)$ имеет а) ровно три различных решения; б) ровно одно решение.	a)
	б)
4. Числа x и y удовлетворяют равенству $(x^2 + y^2)(x + 2y - 17) = 2xy$. а) Найдите наибольшее значение выражения $x + 2y$. б) Найдите все значения, которые может принимать выражение $x + 2y$.	a)
	б)
5. На прямой отметили несколько точек. Рассматриваются все возможные интервалы с концами в этих точках. а) Отметили 13 точек. Сколько получилось интервалов? б) Оказалось, что одна из точек находится внутри 85 таких интервалов, другая – внутри 57. Сколько точек отмечено?	a)
	б)

Председатель секции

А.А. Прокофьев

При решении задач запрещается пользоваться учебными и справочными пособиями,
калькуляторами и мобильными средствами связи.

3

Физико-математическая олимпиада МИЭТ

Математика

Проректор по МДРМ



Коваленко Д. Г.

Вариант 4

Ответы

1. Дано уравнение $(\cos 2x + 5 \cos x + 3)\sqrt{13 + 12x - x^2} = 0$. а) Какие из следующих чисел являются корнями уравнения: $\frac{\pi}{6}; \frac{25\pi}{6}; -\frac{2\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}$? б) Найдите все решения уравнения.	а) б)
2. В треугольнике ABC известно отношение сторон $AB : BC = 4 : 3$. Окружность проходит через вершину B , касается стороны AC в ее середине D и пересекает стороны AB и BC в точках P и Q соответственно. а) Найдите отношение $AP : CQ$. б) Найдите отношение площадей треугольников ADP и CDQ .	а) б)
3. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $2x^3 + x = a(4x^3 - x)$ имеет а) ровно три различных решения; б) ровно одно решение.	а) б)
4. Числа x и y удовлетворяют равенству $(x^2 + y^2)(x + 5y - 17) = 2xy.$ а) Найдите наибольшее значение выражения $x + 5y$. б) Найдите все значения, которые может принимать выражение $x + 5y$.	а) б)
5. На прямой отметили несколько точек. Рассматриваются все возможные интервалы с концами в этих точках. а) Отметили 15 точек. Сколько получилось интервалов? б) Оказалось, что одна из точек находится внутри 119 таких интервалов, другая – внутри 95. Сколько точек отмечено?	а) б)

Председатель секции

А.А. Прокофьев

При решении задач запрещается пользоваться учебными и справочными пособиями,
калькуляторами и мобильными средствами связи.

4